



### **3: Studiewijzers: meer dan alleen voor het huiswerk. Een raamwerk voor beter leren en betere lessen.**

Jozef Stollé  
1771745

## Inleiding

Dit inkijsje is een project dat in alle klassen wordt uitgevoerd. Ik ben bezig om van alle hoofdstukken een studiewijzer te maken. Om het belang en nut van deze studiewijzers te laten zien zal ik me richten op een leerling van een 4 havo A klas die bezig is met een hoofdstuk over lineaire verbanden en een leerling uit 6 vwo die een hoofdstuk over goniometrie doet.

Ik wil met dit inkijsje laten zien dat ik hiermee leerlingen zelfregulatie aanleer en dat ze zelf kunnen reflecteren op hun kunnen. Daarnaast wil ik laten zien dat mijn studiewijzer gebruikt kan worden als kapstok voor leeractiviteiten zoals ZOAD-opdrachten, heuristische bomen, wiskundige denkactiviteiten en op verschillende manieren te gebruiken is.

In mijn werkdocument 'probleemstelling en visie' heb ik een stukje geschreven over waarom ik rust, ruimte en regelmaat belangrijk vind en in het verloop van dit verslag zal ik gebruik maken van deze begrippen.

## Context

Op het NCOI Luzac hebben we te maken met gecombineerde klassen zoals een klas van 2 vwo, 3 hv en 3 vmbo-tl of een 4 vwo A en 4 havo A klas krijgen samen les. Dit betekent dat ik in de les goed moet differentiëren en dat ik mijn lessen goed moet organiseren. Mijn oude studiewijzers waren zoals veel studiewijzers niet meer dan een lijstje met opdrachten die de studenten moeten maken. Hiermee wisten de studenten wat ze moesten maken en meer niet. Ik was nog steeds de spin in het web die de touwtjes in handen had en de studenten vertelde wat ze moesten leren.

| Lesnr | datum  | Beschrijving                                                                                                           | Huiswerk na de les voor de volgende les                                        |
|-------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 1.1   | 7-sep  | VK Breuken en procenten;<br>A Breuken vereenvoudigen; B Breuken delen;                                                 | hfdst 1 VK: 1abgi, 2, 3abf, 4, 5                                               |
| 1.2   | 7-sep  | VK Breuken en procenten;<br>C Percentages berekenen; D Hoeveel procent is A van B                                      | hfdst 1 VK: 6bdf, 7abcf, 8def, 9                                               |
| 1.3   | 10-sep | VK Breuken en procenten;<br>E Procentuele verandering; F Overzicht procentberekening                                   | hfdst 1 VK: 10, 11, 12, 13                                                     |
| 2.1   | 14-sep | §1.1 Maatsystemen; A De grafische rekenmachine;<br>B De wetenschappelijke notatie; C Lengte, oppervlakte en inhoud     | hfdst 1: 2, 3def, 4ace, 5, 6, 9, 11, 12                                        |
| 2.2   | 14-sep | §1.1 Maatsystemen; D Tijd, afstand en snelheid                                                                         | hfdst 1: 14, 15, 16, 17, 18                                                    |
| 2.3   | 17-sep | §1.2 Machten en wortels; A Rekenregels voor machten;<br>B Machten met negatieve exponenten; C Rekenregels voor wortels | hfdst 1: 21ace, 23, 24ace, 25abgh, 26abf, 28def, 29ef, 30f, 31, 33, 34abef, 35 |
| 3.1   | 21-sep | Vragenuur voor het CT                                                                                                  | Leren voor CT1                                                                 |

Er ging ook heel veel tijd verloren om te achterhalen wat de student niet begreep en welke vaardigheden de student nog niet onder de knie had. Omdat ik elke student op zijn of haar niveau de lesstof wil aanbieden had ik een ander soort hulpmiddel nodig. Mijn studiewijzers moesten voldoen aan een paar eisen:

- De te kennen lesstof moet overzichtelijk weergegeven zijn. (Regelmaat)
- De lesstructuur moet duidelijk zijn. (Regelmaat)
- De student kan zijn leerproces reflecteren. (Ruimte)
- De student moet weten waar ze terecht kunnen als ze moeite hebben met de theorie en waar ze terecht kunnen als ze meer over de lesstof willen weten. (Ruimte)

Dit om de leerling de rust te bieden die de studenten verdienen.

## Interventie

Mijn studiewijzers bestaan uit 6 onderdelen.

## Overzicht

| STUDIEPLANNER |                                                                                                                                                                    | 4 HAVO | 2021-2022 | WISKUNDE A |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-----------|------------|
| HOOFDSTUK     | 5 - Lineaire verbanden                                                                                                                                             |        |           |            |
| BOEK          | 2                                                                                                                                                                  |        |           |            |
| TOETSEN       | CT H5                                                                                                                                                              |        |           |            |
| LEERDOEL      | Je kan een formule opstellen, een grafiek tekenen, interpoleren/extrapoleren, vergelijkingen en ongelijkheden oplossen, uitkomsten toepassen in probleemsituaties. |        |           |            |



LUZAC  
COLLEGE - LYCEUM

Ik begin met een kort overzicht zodat de student weet met welk hoofdstuk we bezig zijn, hoe er getoetst gaat worden en wat het leerdoel van dit hoofdstuk is.

De leerdoelen heb ik van de syllabus dat gevonden kan worden op [www.examenblad.nl](http://www.examenblad.nl).

## Gebruikershandleiding

Onder het korte overzicht staan wat wijze woorden hoe een student met deze studiewijzer kan werken.

Neem elke les je spullen mee. Maakwerk of leerwerk niet af? Neem het mee naar een studieuur. Stel elke vraag die je hebt en vraag hulp waar nodig. Controleer het huiswerk met behulp van het KUNNEN lijstje op de achterkant. Op deze wijze weet je wat je begrijpt en wat je nog moet leren. Belangrijk: kom met een glimlach de les binnen of vertel wat er aan de hand is.

De reden waarom ik vermeld dat de student even naar me toe kan komen is om de student nogmaals duidelijk te maken dat de les een veilige plek is waar fouten maken mag en dat ik oprechte interesse heb in hun problematiek.

## Standaard studiewijzer

| 4     | DEZE LES             | OPDRACHTEN        | KENNEN        | KUNNEN   |
|-------|----------------------|-------------------|---------------|----------|
| LES 1 | Grafiek tekenen      | 2 t/m 6           | §5.1          | 1        |
| LES 2 | Formule opstellen    | 7 t/m 13          | §5.1 en §5.2  | 1 en 2   |
| LES 3 | formule met rc en b  | 14,15,17,18       | §5.2          | 3        |
| 5     | DEZE LES             | OPDRACHTEN        | KENNEN        | KUNNEN   |
| LES 1 | praktische problemen | 19 t/m 25         | §5.2          | 3 en 4   |
| LES 2 | wiskundig model+GR   | 28,29,30,32,33,34 | §5.2          | 5 en 6   |
| LES 3 | (on)gelijkheid       | 37 t/m 47         | §5.3          | 7 en 8   |
| 8     | DEZE LES             | OPDRACHTEN        | KENNEN        | KUNNEN   |
| LES 1 | vergelijkingen       | 48 t/m 58         | §5.3          | 9 en 10  |
| LES 2 | recht evenredig      | 59 t/m 66         | §5.4          | 11       |
| LES 3 | VRAGENRONDE          | D-TOETS           | §5.1 t/m §5.4 | 1 t/m 16 |
| 9     | DEZE LES             | OPDRACHTEN        | KENNEN        | KUNNEN   |
| LES 1 | CT H5                |                   | §5.1 t/m §5.4 | 1 t/m 16 |

Mijn studiewijzer is zeer overzichtelijk en maakt duidelijk wat we gaan doen in de les, wat de leerlingen gaan maken die les en wat ze moeten kennen en kunnen. Als ik met de les begin schrijf ik deze vier onderdelen ook op het bord om mijn les een duidelijke structuur te geven.

## Kennen

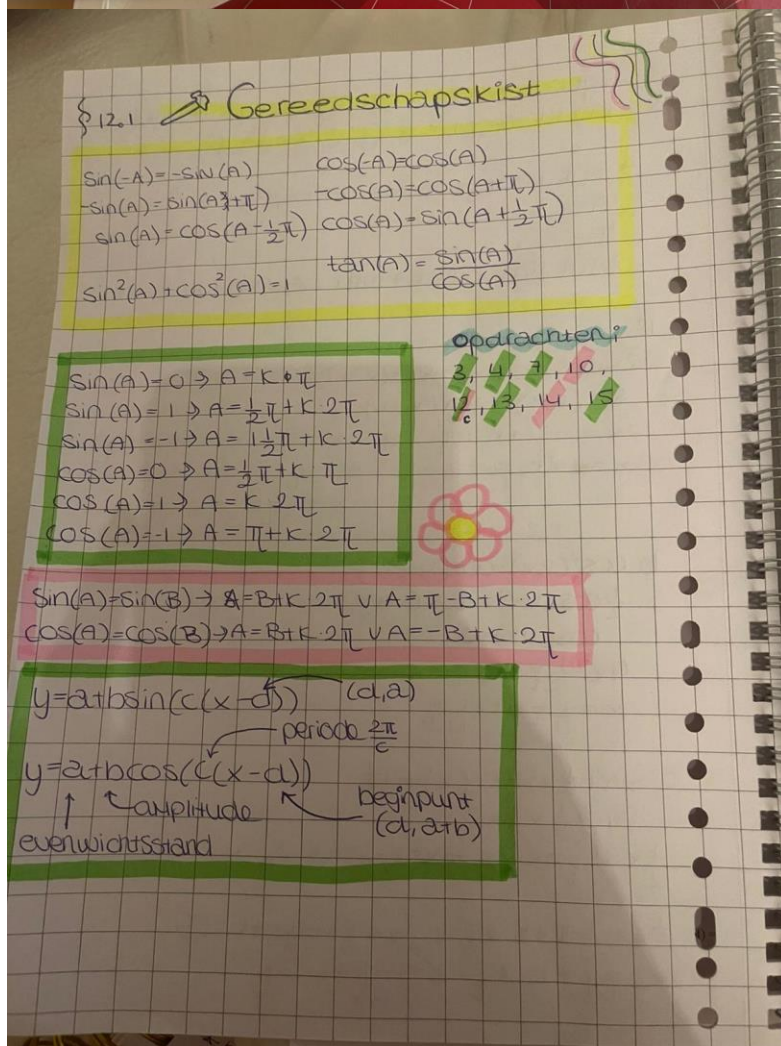
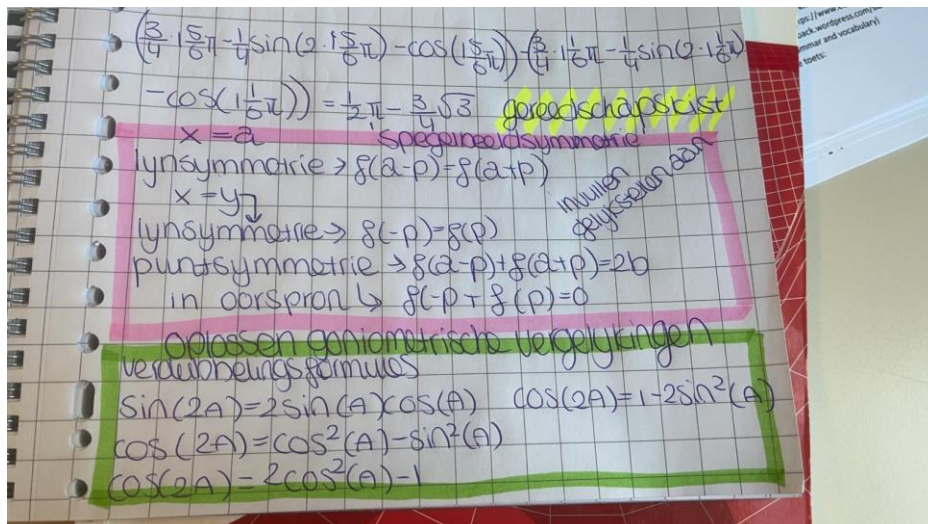
Ik heb alle kennen en kunnen onderdelen per hoofdstuk verwoord en overzichtelijk opgeschreven. Het kennen en kunnen zijn bouwstenen op basis waarvan de examencommissies of instanties zoals SLO onderwijsdoelen en kerndoelen formuleren. Ik heb geprobeerd om deze eindtermen simpel te verwoorden zodat studenten ze beter begrijpen.

| WAT MOET JE KUNNEN? |                                                        | CONTROLEER JE KUNNEN |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---------------------|--------------------------------------------------------|----------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1.                  | Grafiek tekenen bij een lineair verband.               | 2                    | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |    |
| 2.                  | Een lineaire formule opstellen bij een tekst.          | 10                   | 11 | 12 | 13 |    |    |    |    |    |
| 3.                  | Lineaire formules opstellen bij gegeven rc en punt.    | 14                   | 15 |    |    |    |    |    |    |    |
| 4.                  | De formule opstellen door twee punten.                 | 17                   | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |    |    |    |
| 5.                  | Lineaire formules toepassen in praktische problemen.   | 23                   | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |
| 6.                  | Wiskundige modellen opstellen.                         | 32                   | 33 | 34 |    |    |    |    |    |    |
| 7.                  | Ongelijkheden grafisch-numeriek oplossen.              | 37                   | 38 | 39 | 40 |    |    |    |    |    |
| 8.                  | Vergelijkingen algebraïsch oplossen.                   | 41                   | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 |    |    |
| 9.                  | Vergelijkingen opstellen en/of aantonen.               | 48                   | 49 | 50 | 51 |    |    |    |    |    |
| 10.                 | Recht evenredige verbanden gebruiken.                  | 53                   | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 |    |    |    |
| 11.                 | Lineaire vergelijkingen met twee variabelen gebruiken. | 59                   | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 |    |
| 12.                 | GR gebruiken om snijpunten te vinden.                  |                      |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 13.                 | GR gebruiken om nulpunten te vinden.                   |                      |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 14.                 | GR gebruiken om minimum/maximum te vinden.             |                      |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 15.                 | GR gebruiken om grafieken te plotten.                  |                      |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 16.                 | GR gebruiken om centrummaten te vinden.                |                      |    |    |    |    |    |    |    |    |

Achter de eindtermen van het hoofdstuk staan de opdrachten uit het boek. Met deze opdrachten controleren de studenten dat wat ze moeten kunnen.

Variant: kennen en kunnen lijstje opdracht

Een mentor van een 6 vwo student van NCOI Luzac uit Goes vroeg of ik de student kon begeleiden met de wiskunde. Deze student kreeg van mij een opdracht (zie bijlage) en moest het kennen en kunnen zelf opschrijven in plaats van dat ze van mij een studiewijzer kreeg.



Door deze werkwijze leert ze hoofdzaken en bijzaken scheiden. Daarnaast leert ze verbanden zien tussen signaalwoorden, formules en vraagstukken en versterkt ze haar cognitieve schema. Hiermee kon ik de student een beetje Rust, Ruimte en Regelaar aanbieden.

### Kunnen

In het inkijkje 'Verkennen-uitvoeren-reflecteren' wordt het belang van signaalwoorden en instructiewoorden toegelicht. De woorden die de student moet kennen om de vraagstukken op te lossen en gesprekken tijdens de les te volgen staan hier. Elke les verwijst ik naar deze lijst, stel vragen over de betekenis van de woorden en gebruik deze signaalwoorden bij het bespreken van het huiswerk of leeractiviteit.

| WAT MOET JE KENNEN?       |                           |                      |                  |                 |  |
|---------------------------|---------------------------|----------------------|------------------|-----------------|--|
| §5.1                      | §5.2                      | §5.3                 | §5.4             | Extra materiaal |  |
| Lineaire formules         | Formules opstellen        | Vergelijkingen       | Lineaire vormen  | GR              |  |
| lineaire verbanden        | rc                        | Vergelijkingen       | recht evenredig  | Y1=             |  |
| richtingscoëfficiënt      | $a = \Delta y / \Delta x$ | ongelijkheden        | twee variabelen  | intersect       |  |
| $y = ax + b$              | vergelijking              | grafisch-numeriek    | $ax + by = c$    | maximum         |  |
| $a = rc$                  | $b = \text{begingetal}$   | algebraïsch oplossen | voldoet          | minimum         |  |
| $b = \text{begingetal}$   | exact                     | balansmethode        | vrijmaken        | zero            |  |
| coördinaten               | productiekosten           | aantonen             | verhoudingstabel | zoomfit         |  |
| $a = \Delta y / \Delta x$ | breuk laten staan         | opstellen            | uitdrukken       | window          |  |
| $y = 5$ horizontale lijn  | praktijk                  |                      |                  | Xmin            |  |
| $x = 5$ verticale lijn    | $R = aq + b$              |                      |                  | Xmax            |  |
|                           | $T = at + b$              |                      |                  | Ymin            |  |
|                           | wiskundig model           |                      |                  | Ymax            |  |
|                           |                           |                      |                  | zoom            |  |

### Gaten vullen en verdieping

| MOEITE MET DE LESSTOF? | VERDIEPING       |
|------------------------|------------------|
| VOORKENNIS             | GEMENGDE OPGAVEN |

Het laatste onderdeel van mijn studiewijzer is om de student hulp en verdieping aan te bieden. De 4 HAVO wiskunde A leerling kreeg de tip om de voorkennis te bekijken en omdat de gemengde opgaven van getal en ruimte bestaan uit examenvragen laat ik de studenten die maken. Het is mogelijk om dit gedeelte te vullen met verschillende leeractiviteiten. Heuristische bomen kan ik goed gebruiken om studenten te ondersteunen bij de moeilijkste opdrachten of leerkaartjes om het kennen te leren. En ik kan leeractiviteiten toevoegen zoals WDA's of ZOAD opdrachten of opdrachten om het verticaal mathematiseren te stimuleren) Aan de 6 vwo leerling heb ik een ZOAD-opdracht gegeven (Zie bijlage).

## Mechanisme en outcome

Uit onderzoek van Mouratidis, A., Vansteenkiste, M., Michou, A., & Lens, W. (2013) wordt structuur (Regelmaat) gedefinieerd als de mate waarin de docent de noodzakelijke informatie, hints, en voorbeelden geeft, en hulp, feedback en begeleiding biedt zodat studenten zich competent voelen om te bereiken wat er van hen verwacht wordt.

Een docent die de studenten structuur aanbiedt, hanteert duidelijke regels, legt goed uit waarom die regels belangrijk zijn en doet wat hij predikt natuurlijk.

De les wordt op een behulpzame en ondersteunende wijze gegeven en de studenten kunnen hun vragen open stellen. Met behulp van een duidelijke structuur helpt de docent de studenten om hun eigen gedrag te reguleren en betrokken te worden of te blijven bij de leeractiviteiten die ze aan het doen zijn.

Er zijn drie voordelen wanneer de student structuur ervaren:

1. De student ervaart dat leren iets positiefs kan zijn en dit motiveert hem om door te gaan.
2. Door de positieve ervaring van de aangeboden structuur voelt de student zich actief betrokken bij de les.
3. De student ervaart een positieve verbinding tussen de structuur en het conceptuele denken waarbij oppervlaktekennis en diepgaande kennis geïntegreerd zijn of wel het diepgaand leren.

Een docent die weinig structuur biedt, alles toestaat, het leren leren aan de student overlaat en een chaotische leeromgeving creëert wordt door studenten ervaren als weinig behulpzaam en onbetrouwbaar. Studenten krijgen ook het gevoel dat ze de lesstof minder goed beheersen en voelen zich minder zeker voelen of ze wel verder kunnen met de geleerde theorie.

Hieronder heb ik een screenshot gemaakt van een online les die ik aan mijn 4 havo student heb gegeven.

Ik gebruik met name Word voor mijn online lessen en ik wil hier mee laten zien hoe ik te werk ga. Tijdens de les zijn we aan het praten over de theorie, ik knip uit het boek opdrachten en plak deze in het document. Met behulp van pijltjes, de vergelijkingsseditor en andere hulpmiddelen probeer ik de student te begeleiden.

*Opmerking bij de kleuren: De kleuren methode gebruik ik regelmatig om studenten verbanden tussen signaalwoorden, letters en gegevens te ontdekken. Het is een onderdeel van het verkennen.*

| 5     | DEZE LES            | OPDRACHTEN  | KENNEN       | KUNNEN |
|-------|---------------------|-------------|--------------|--------|
| LES 1 | Grafiek tekenen     | 2 t/m 6     | §5.1         | 1      |
| LES 2 | Formule opstellen   | 7 t/m 13    | §5.1 en §5.2 | 1 en 2 |
| LES 3 | formule met rc en b | 14,15,17,18 | §5.2         | 3      |

- 5 a Teken in één figuur de lijnen
- $l$  met  $rc_l = 2$  die door  $A(0, -1)$  gaat
  - $m$  met  $rc_m = -0,4$  die door  $B(0, 2)$  gaat
  - $n$  met  $rc_n = -1$  die door  $O(0, 0)$  gaat.
- b Schrijf van elk van deze lijnen de formule op. Begin met  $l$ :  $y = \dots$

$$\begin{aligned} l: y &= 2x - 1 \\ m: y &= -0,4x + 2 \\ n: y &= -1x \rightarrow n: y = -x \end{aligned}$$

#### Lineaire verbanden:

grafieken: rechte lijnen

Hoeveel **punten** heb je nodig om een **lijn** te tekenen? 2

wat is een punt? •  $A(2,3)$  ← een naam, een x-coördinaat en een y-coördinaat.

wat is een lijn? Een verzameling van heel veel punten.

Tip: teken twee punten en trek er een lijn doorheen.

regelmatige toename/afname → **Richtingscoëfficiënt (a)** →  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{verschil y-coördinaten}}{\text{verschil x-coördinaten}}$

**beginwaarde (b)** → snijpunt met de y-as →  $(0, b)$  → de beginwaarde is de y-coördinaat waar de x gelijk is aan nul.

Richtingscoëfficiënt:  $rc_l$  → de richtingscoëfficiënt van lijn  $l$ .

Algemene formule:  $y = ax + b$

**Voorbeeldje:** jouw uurloon: 10 euro, reiskostenvergoeding: 120 euro.

Loon =  $10x + 120$

- 14 a De lijn  $l$  gaat door het punt  $A(5, 8)$  en  $rc_l = 2$ .  
Stel de formule van  $l$  op.

#### VERKENNEN:

$l$  is een lijn → lineair verband →  $y = ax + b$

$a = rc = 2$

$b = \text{beginwaarde} = \text{?????}$  ← beginwaarde is  $(0, b)$

Dus bereken de beginwaarde!!!!

#### UITVOEREN:

$$y = ax + b$$

$$8 = 2 \times 5 + b$$

$$8 = 10 + b$$

$$-2 = b$$

Conclusie:

$$y = 2x - 2$$

De student was ontspannen in de les, deed actief mee met de les door vragen te beantwoorden en te stellen. We waren aan het praten over de theorie en ik liet hem

in de theorie stukjes brainstormen over een paar vragen. Later vertelde hij me dat de theorie best interessant is.

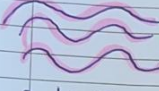
De 6 vwo student vond de methode zo fijn dat ze deze ook voor natuurkunde ging gebruiken.

17. ①

18.  $E_k = h \cdot f - E_{\text{uit}}$   
a.  $E_k = 0,59 \text{ eV}$       $E_{\text{uit}} = 1,9 \text{ eV}$

$\lambda = \frac{h \cdot c}{4,053 \cdot 10^{-19}} = 40 \text{ nm}$

b.  $n = \frac{1,602 \cdot 10^{-19}}{1} \rightarrow n = \frac{9,0 \cdot 10^{-6}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 5,6 \cdot 10^{13}$

 **Gereedschapskist** § 12.1 & 12.2

- $\lambda_{\text{Max}} \cdot T = k \cdot w \rightarrow$  Het verband tussen de meest uitgezonden golflengte en de temperatuur.
- $I = \frac{P}{A} \rightarrow$  De intensiteit geeft het stralingsvermogen per vierkante meter.  
**Staat niet in binas**
- $P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \rightarrow$  Het verband tussen de absolute temperatuur en het vermogen van een straler.  
**Wet van Stefan Boltzmann**
- $I = \frac{P}{4\pi r^2} \rightarrow$  De verhouding tussen de intensiteit op een bepaald afstand van een straler.  
**Kwadratenwet**
- $E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \rightarrow$  De energie van een foton is recht evenredig met de frequentie van een golf en omgekeerd evenredig met de golflengte van het licht.

## Reflectie

### Doe ik het goed?

Aan het begin van een nieuw hoofdstuk krijgen de leerlingen deze studiewijzers. Ik schrijf elke les op wat we gaan doen en de studenten weten eigenlijk wat op het programma staat.

Als ik bij een student merk dat hij de theorie niet goed beheers geef ik hem de opdracht om te reflecteren. Dan kan ik de leerling feedback geven en hem wijzen op de voorkennis of andere opdrachten in het boek die dezelfde kunnen onderdelen trainen. Studenten die verdieping willen weten dat gemakkelijk te vinden.

Dus ik ben er van overtuigd dat ik het goede doe.

Deze studiewijzers helpen mij bij het geven van een gestructureerde les, hiermee kan ik gemakkelijk differentiëren per student door studenten verdieping te geven of juist extra hulp om gaten te vullen. Studenten kunnen gericht zien wat ze wel en niet begrijpen. Waar ik wel op moet passen is het aanbieden van te veel structuur. Het aanbieden van te veel structuur kan er voor zorgen dat sommige studenten een niet-actieve leerhouding aannemen omdat ik de weg voor ze glad strijk. Dit ben ik me van bewust omdat dit ook mijn probleemstelling is.

Ik verplicht de meeste studenten daarom ook niet om te controleren welke kunnen onderdelen ze begrijpen. De reden waarom ik dit niet verplicht is erg simpel. Ik wil de studenten begeleiden zodat ze bewust worden van hun een eigen manier van leren. Ik geef ze verschillende hulpmiddelen (bv deze studiewijzer, het verkennen-uitvoeren-reflecteren) maar zij bepalen wat ze wel fijn vinden en wat niet. Als ik wil weten hoe het er voor staat geef ik de studenten de opdracht om dit wel te doen zodat ik feedback kan geven op hun leerproces.

### Doe ik het goede?

Ja. Ik kan met oprecht zeggen dat ik het goede doe met dit project. Om te leren moet een student rust, ruimte en regelmaat ervaren. Om les te kunnen moet de docent hetzelfde ervaren. Met deze studiewijzers bereik ik dit doel.

### Doe ik het om de goede redenen?

Ja! Het heeft mij ontzettend geholpen om rust te creëren in de lessen, het heeft mij en mijn studenten een structuur geboden en het geeft de studenten de ruimte om te groeien.

## Literatuurlijst

Hooiveld, J. (2008). Verschil moet er zijn! Differentiatie in het onderwijs, *JSW*, 93, 30-33.

Mouratidis, A., Vansteenkiste, M., Michou, A., & Lens, W. (2013). Perceived structure and achievement goals as predictors of students' self-regulated learning and affect and the mediating role of competence need satisfaction. *Learning and Individual Differences*, 23, 179–186. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2012.09.001>

## LEREN LEREN, LEREN WERKEN, LEREN STUDEREN.

Een examen is een verzameling problemen die opgelost moeten worden.

Wat heb je nodig om een probleem op te lossen?

Gereedschappen!

De wiskunde regels, theorie, het kennen en kunnen.

Maar ook de kennis 'know-how' hoe je het gereedschap gebruikt.

Eerst maar het verzamelen van het gereedschap:

**Opdracht:** Pak een leeg vel papier (dit kan ook in Word) en blader door het hoofdstuk.

Bekijk elke theorieblok en schrijf op wat je daar leert en gebruik de juiste signaalwoorden, dan leer je het **kennen**.

Voorbeeld: H12

Ik kan goniometrische vergelijkingen oplossen.

Ik kan goniometrische formules herleiden.

Schrijf daaronder of daarnaast de opdrachten die daar bij horen.

1,2,3,4,5,6,7

Doe dit voor alle tekstvakken.

Nu heb je alle gereedschappen die je moet leren gebruiken. Dit is het **kunnen**.

Nu kan je met de opdrachten beginnen.

En leer je de gereedschappen gebruiken.

Geef aan waar je vast loopt, geef aan wat je goed hebt gedaan. Dit noemen we **reflecteren**.

### Theorie A Goniometrische vergelijkingen

Je kent de volgende formules.

$$\begin{aligned}\sin(-A) &= -\sin(A) \\ -\sin(A) &= \sin(A + \pi) \\ \sin(A) &= \cos(A - \tfrac{1}{2}\pi)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos(-A) &= \cos(A) \\ -\cos(A) &= \cos(A + \pi) \\ \cos(A) &= \sin(A + \tfrac{1}{2}\pi)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin^2(A) + \cos^2(A) &= 1 \\ \tan(A) &= \frac{\sin(A)}{\cos(A)}\end{aligned}$$

Soms moet je om een goniometrische vergelijking op te lossen, deze herleiden met behulp van goniometrische formules tot de vorm  $\sin(A) = \sin(B)$  of  $\cos(A) = \cos(B)$ . Daarna gebruik je de algemene regels voor het oplossen van goniometrische vergelijkingen.

$$\begin{aligned}\sin(A) = \sin(B) &\text{ geeft } A = B + k \cdot 2\pi \vee A = \pi - B + k \cdot 2\pi \\ \cos(A) = \cos(B) &\text{ geeft } A = B + k \cdot 2\pi \vee A = -B + k \cdot 2\pi\end{aligned}$$

### Voorbeeld

Bereken exact de oplossingen op  $[0, 2\pi]$  van  $\sin(2x - \frac{1}{3}\pi) = -\cos(x + \frac{1}{3}\pi)$ .

*Uitwerking*

$$\sin(2x - \tfrac{1}{3}\pi) = -\cos(x + \tfrac{1}{3}\pi) \quad -\cos(A) = \cos(A + \pi)$$

$$\sin(2x - \tfrac{1}{3}\pi) = \cos(x + \tfrac{1}{3}\pi) \quad \cos(A) = \sin(A + \tfrac{1}{2}\pi)$$

$$\sin(2x - \tfrac{1}{3}\pi) = \sin(x + \tfrac{5}{6}\pi)$$

$$2x - \tfrac{1}{3}\pi = x + \tfrac{5}{6}\pi + k \cdot 2\pi \vee 2x - \tfrac{1}{3}\pi = \pi - (x + \tfrac{5}{6}\pi) + k \cdot 2\pi$$

$$x = \tfrac{1}{6}\pi - k \cdot 2\pi \vee 2x - \tfrac{1}{3}\pi = \pi - x - \tfrac{5}{6}\pi + k \cdot 2\pi$$

$$x = \tfrac{1}{6}\pi - k \cdot 2\pi \vee 3x = -\tfrac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$$

$$x = \tfrac{1}{6}\pi - k \cdot 2\pi \vee x = -\tfrac{1}{6}\pi + k \cdot \tfrac{2}{3}\pi$$

$$x \text{ op } [0, 2\pi] \text{ geeft } x = \tfrac{1}{6}\pi \vee x = \tfrac{1}{2}\pi \vee x = \tfrac{1}{6}\pi \vee x = \tfrac{5}{6}\pi$$

Zie je de formules hiernaast? Een handige tip: maak een apart 'spiek briefje' waarop je alle formules opschrijft. Een paar voordelen: je schrijft de formules op waardoor je ze makkelijker leert, je hebt de formules bij elkaar en je hoeft niet te stressen als je een formule even vergeten bent.

Nu dat je de gereedschappen leert te gebruiken gaan we leren hoe we problemen oplossen. Dit doen we door te:

## VERKENNEN-UITVOEREN-REFLECTEREN.

**Opdracht:** Print de onderstaande 2 pagina's uit. Pak een pion, beeldje, iets kleins. Begin met de eerste opdracht. Zet de pion op het eerste vakje. Blijf rustig. Makkelijk gezegd dan gedaan, toch? Haal adem, pak je gereedschappen en begin!

# VERKENNEN

Lees de vraag en maak een plan.



Wat is de instructie van de vraag?

- Beschrijf de instructie van de vraag.
- Begin met een instructiewoord en beschrijf het doel van de vraag.
- Een instructiewoord is bijvoorbeeld: bereken, bewijs, schets...
- Zijn er meerdere instructies?

Instructie is duidelijk!

Klopt mijn instructie?

Hoe ziet het antwoord eruit?

- Als het lukt probeer het antwoord ook te schatten.
- Denk in welke vorm het antwoord geschreven moet worden.
- Denk aan de eenheden.

Het antwoord is in zicht!

Reken ik het goede uit?

Als je een plan hebt, of je wilt ontbrekende gegevens vinden of iets uitrekenen ga naar **UITVOEREN**.

Welke signaalwoorden zijn belangrijk voor je plan?

- Signaalwoorden zijn woorden of groepen woorden die verbanden leggen in een tekst en je helpen om een oplossing te vinden. Ze geven aan welke onderdelen je moet gebruiken. Bij het lezen en begrijpen van de vraag zijn dit dus belangrijke woorden; ze geven een signaal af!
- Helpen de signaalwoorden je in een bepaalde richting op?
- Wat weet je eigenlijk al? Helpt dat om een plan te bedenken?

Heb ik alle woorden?

Heb je een plan?

Loop je ergens vast begin weer met **VERKENNEN**.

Ze hebben het dus daar over!

Welke gegevens zijn belangrijk voor je plan?

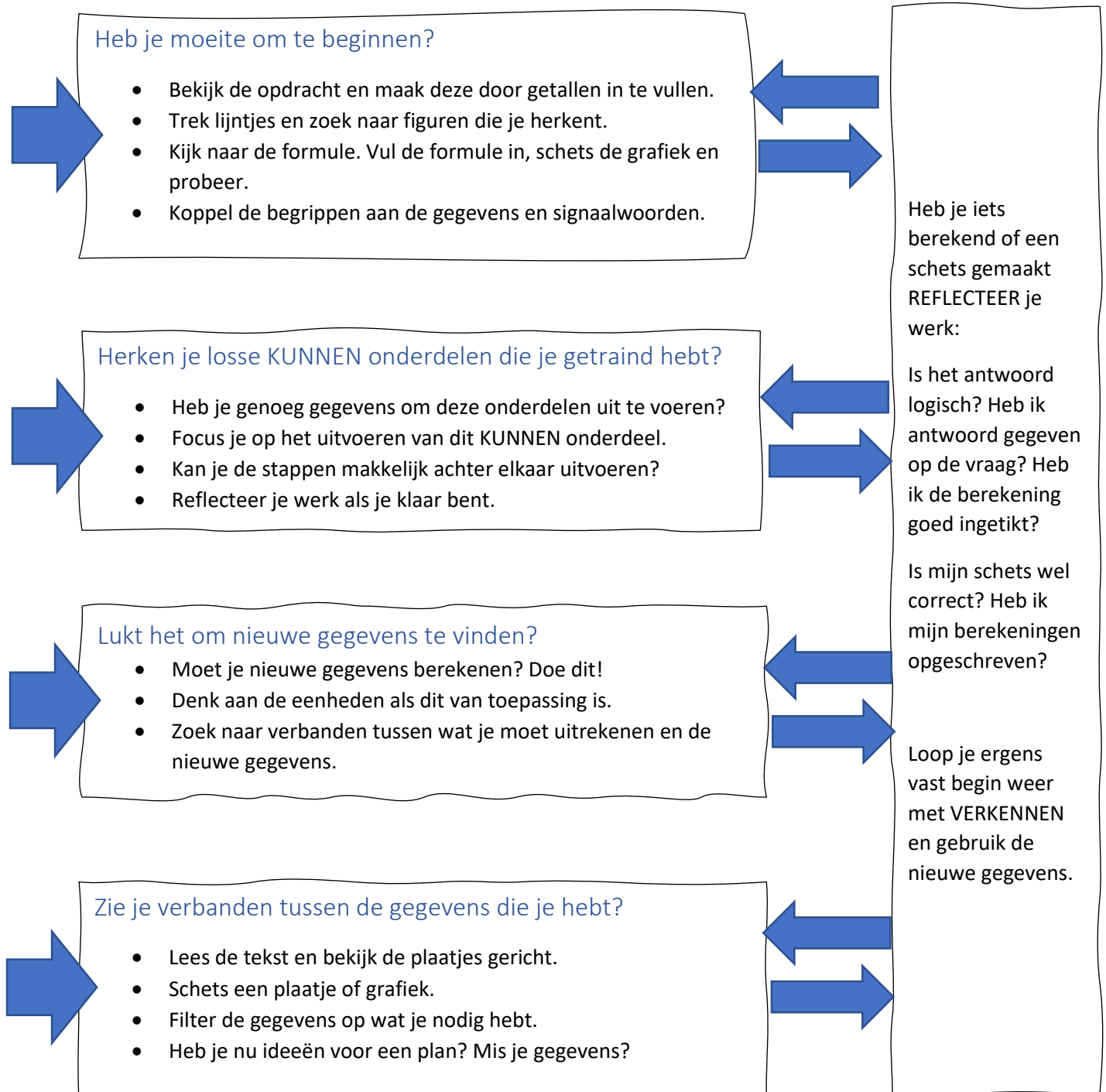
- Lees de tekst en bekijk de plaatjes gericht.
- Schets een plaatje of grafiek.
- Filter de gegevens op wat je nodig hebt.
- Heb je nu ideeën voor een plan? Mis je gegevens?

Heb ik alle gegevens?

Heb je een plan?

# UITVOEREN

Je weet nu waar de vraag over gaat en je hebt een plan; aan het werk!



Je bent nu bezig met het leren leren door de opgave te verkennen, door de stappen uit te voeren met de juiste gereedschappen en door goed te reflecteren. Denk eraan: Je gebruikt de niet-wiskundige vaardigheden (bv: leesvaardigheid, creativiteit) effectief en je blijft ontspannen en rustig. Vooral dat laatste is essentieel om een probleem op te lossen. Een natuurlijke spanning is goed, een te hoge voltage kan dodelijk zijn.

Nu is het tijd om verbanden te vinden tussen opdrachten.

**Opdracht:** Kijk naar de opdrachten die je hebt gemaakt. Zie je overlap? Herken je kunnen onderdelen die vaker terugkomen? Welke signaalwoorden en instructiewoorden worden er dan gebruikt?

## ZOAD-OPGAVE

### ‘Zelfde Oppervlakte, Andere Diepte’

Hieronder zie je een viertal opdrachten over hetzelfde onderwerp maar elk opvolgende opdracht vergt een tikkeltje meer verkenning en creativiteit in het oplossen.

Je leert de theorie door er op verschillende manieren naar te kijken.

Dit wordt ook op examens gedaan, daarom zijn ZOAD opdrachten best handig voor ons.

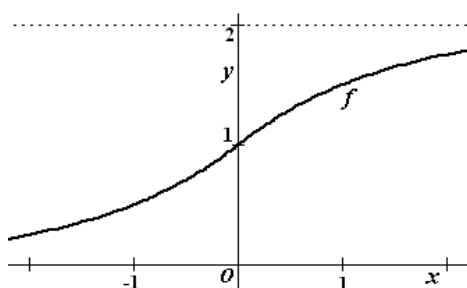
#### OPDRACHT

Hieronder is de grafiek van een functie  $f$  getekend.

Voor  $x \leq 0$  geldt het functievoorschrift  $f(x) = 2^x$

Voor  $x \geq 0$  geldt voor  $f$  een ander voorschrift.

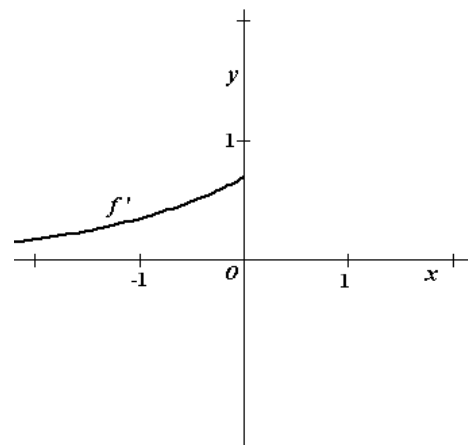
Gegeven is verder dat de grafiek van  $f$  puntsymmetrisch is in het punt  $(0,1)$ , wat betekent dat bij spiegeling in  $(0,1)$  de grafiek van  $f$  in zichzelf overgaat.



- Bereken  $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$
- Bereken  $f(1)$  en bereken  $f(5)$
- Stel voor  $x \geq 0$  het functievoorschrift voor  $f$  op.

Hieronder is de grafiek van de afgeleide functie  $f'$  getekend voor  $x \leq 0$ .

- Voltooi in deze figuur de grafiek van  $f'$  door ook het gedeelte dat hoort bij  $x > 0$  te tekenen. Licht je werkwijze toe.



Hieronder wat tips als je er niet uitkomt. Gebruik een app waarmee je QR codes kan lezen.

| Vraag a                                                                             | Vraag b                                                                             | Vraag c                                                                              | Vraag d                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |  |

